УДК 519.85

Л.С. Коряшкіна, О. О. Сазонова
Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОДНІЄЇ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОЇ ЗАГРУЗКИ УСТАТКУВАННЯ І ЇЇ РЕАЛІЗАЦІЯ

Представлена математична модель задачі оптимізації загрузки устаткування при виконанні плану виробництва залізничних коліс із метою мінімізації часу простою обладнання. Розглянута також задача максимізації сумарного прибутку від реалізації продукції, випущеної за обмежений час.

Представлена математическая модель задачи оптимизации загрузки оборудования при выполнении плана производства железнодорожных колес с целью минимизации времени простоя оборудования. Рассмотрена также задача максимизации суммарной прибыли от реализации продукции, выпущенной за ограниченное время.

It is suggested the mathematical model of the optimal loading equipment problem for implementation of railway wheels plan in order to minimize downtime. The problem of maximizing the total profits from the sale of products manufactured for a limited time is also considered.

***Ключові слова*: оптимізація виробництва, загрузка устаткування, математична модель, лексико-графічний перебір.**

Вступ. В [1] зазначено, що у сучасних умовах розвитку металургійної галузі ключовим завданням для будь-якого металургійного підприємства стає пошук внутрішніх резервів для зниження витрат, розробка енерго- та ресурсозберігаючих технологічних режимів. Складовою господарської діяльності будь-якого підприємства стає розробка виробничих програм, у яких велика увага приділялася б збільшенню виробничих потужностей за рахунок зниження питомих витрат сировинних та енергетичних ресурсів. Актуальним напрямом наукових досліджень у галузі прикладної математики є системний аналіз технологічних і фінансових процесів на підприємстві, застосування методів обчислювальної математики й оптимізації для кількісного обґрунтування вибору програми функціонування підприємства [2].

Дана робота присвячена розробці математичного та програмного забезпечення процесу оптимальної загрузки обладнання при виробництві різних марок залізничних коліс. Технологічний процес випуску коліс передбачає послідовне використання декількох типів устаткування. Різні марки коліс обробляються на одному й тому ж обладнанні протягом різного часового інтервалу, що призводить до простою виробничого обладнання. Розглядаються два варіанти задачі. В одній потрібно знайти послідовність обробки різних марок коліс, яка б забезпечувала мінімальний час простою обладнання при виробництві продукції за заданим планом або, що те ж саме, мінімізувала час виконання заданого плану виробництва продукції. Якщо цей мінімальний час виробництва запланованого обсягу продукції перевищує час, відведений директивно, то постає задача пошуку такого плану виробництва, який забезпечив би максимальний прибуток від реалізації продукції, випущеної за обмежений час.

Постановка задачі оптимізації загрузки устаткування при виробництві залізничних коліс. Вихідні дані для задачі можна умовно поділити на дві категорії:

1) від замовника: марки коліс, які потрібно виготовити, їхня кількість, термін виконання замовлення (у разі необхідності);

2) від виконавця: дані про сортамент:

- марки коліс, що виготовляються, класифіковані за типом;
- технологічний процес виробництва кожного типу коліс, який включає до себе:
  - етапи виробництва, через які проходить кожен із типів продукції, тип обладнання, що використовується;
  - час, який витрачається на кожному етапі виробництва одиниці кожного типу продукції;
  - прибуток, який отримує підприємство при виготовленні одиниці кожної марки продукції.
- час, який відводиться на виконання плану.

Необхідно: визначити таку послідовність загрузки обладнання, яка б дозволяла виконати (за можливістю) заданий план виробництва продукції, мінімізуючи час простою верстатів.

У разі неможливості виконання плану в повному обсязі за виділений обмежений час необхідно визначити кількість продукції кожного типу, що може бути вироблена за відведений час, а також послідовність її проходження на відповідному обладнанні, яка б дозволила максимізувати сумар-ний прибуток від реалізації виробленої продукції.

Побудова математичної моделі. Введемо такі позначення вхідних даних:

© *Л.С. Коряшкіна, О. О. Сазонова, 2013*

1) N – кількість типів коліс, що виготовляються;
2) K – загальна кількість марок коліс, що виготовляє підприємство;
3) M – кількість верстатів (типів обладнання), на яких виробляється продукція;
4) $T=(t_{nm}),\quad n=\overline{1,N},\ m=\overline{1,M}$ – матриця часу, який витрачається при виготовлені кожного типу коліс на кожному етапі виробництва;
5) $P=(p_1,p_2,...,p_K)$ – замовлення на випуск продукції, де p_i – кількість i-ї марки коліс; $p_i\geq 0$, $i=\overline{1,K}$;
6) $r=p_1+p_2+...+p_K$ – загальна кількість коліс, яку необхідно виготовити за планом;
7) $A=(a(1),a(2),...,a(K))$ – прибуток, який отримує підприємство від реалізації одиниці продукції кожної з марок коліс;
8) $T_{\max}$ – час, який відведено на виконання поточного плану (якщо цей час лімітований).

Позначимо через $x=(x_1,x_2,...,x_r)$ упорядкований вектор змінних, кожна компонента якого приймає ціле значення із множини $X=\{1,2,...,N\}$ і вказує на тип колеса, який буде вироблятися, а її номер – на чергу у процесі виробництва продукції за заданим планом.

Кожному вектору x поставимо у відповідність величину $c(x)$ – час виконання плану (алгоритм розрахунку цієї величини з урахуванням матриці T буде наведений нижче).

Якщо потрібно лише мінімізувати час простою виробничого обладнання, то задача запишеться в такий спосіб:

$$c(x)\to\min_{x\in X^r} \tag{1}$$

за умов

$$\sum_{i=1}^{r}\left(1-sign\left|x_i-n\right|\right)=P_n,\quad n=\overline{1,N}, \tag{2}$$

де $X^r=\underbrace{X\times X\times...\times X}_{r}$ – декартів добуток; $P_n=\sum_{j\in K_n}p_j,\quad n=\overline{1,N}$.

Умова (2) у задачі означає, що у послідовності номерів, заданих вектором $x=(x_1,x_2,...,x_r)$, кількість елементів із значенням *n* має дорівнювати загальній кількості коліс, що належать до *n*-го типу і які потрібно виробити за планом.

Очевидно, що сумарний прибуток від реалізації випущеної за планом продукції, – фіксований і дорівнює $B=\sum_{k=1}^{K}a(k)p_k$.

Якщо час $T_{\max}$, виділений на виконання заданого плану, обмежений, і менший за величину $c^*=\min_{x\in X^r}c(x)$, то постає задача знаходження такого плану виробництва, який би забезпечував максимум прибутку від реалізації за таких умов на час роботи обладнання. Побудуємо математичну модель такої задачі.

Поряд із наведеними вище позначеннями будемо використовувати такі:

1) $Y=\{1,2,...,K\}$ – множина індексів усіх марок коліс, що виготовляються на підприємстві;
2) K_n – множина індексів марок коліс, що належать до *n*-го типу і яку виготовляє металургійне виробництво; так що $\bigcup_{n=1}^{N}K_n=\{1,2,...,K\}$.

Введемо до розгляду вектор $y=(y_1,y_2,...,y_r)$ – упорядкований вектор змінних, кожна компонента якого приймає ціле значення із множини $Y=\{1,2,...,K\}$ і вказує на марку колеса, яка має вироблятися, а її порядковий номер – на чергу у процесі виробництва продукції за шуканим планом.

Кожному вектору y поставимо у відповідність:

- величину $B(y)=\sum_{i=1}^{r} a(y_i)$ – загальну вартість плану випуску продукції;
- вектор $x(y)=(x_1, x_2, ..., x_r)$, компоненти якого обчислюються за формулою

$$x_i(y)=n, \quad \text{де } n \in X : y_i \in K_n, i=\overline{1,r} . \tag{3}$$

Тоді задача пошуку плану випуску продукції, який би забезпечував мак-симальний прибуток від реалізації при обмеженому часі роботи обладнання, математично може бути сформульована в такий спосіб:

знайти таку кількість *r* коліс і відповідний впорядкований вектор $y=(y_1, y_2, ..., y_r)$, що

$$B(y_1, ..., y_r) \to \max \ , \ y \in Y^r \tag{4}$$

за умов

$$\sum_{i=1}^{r} \left(1 - sign\left|y_j - k\right|\right) \le p_k, \quad k=\overline{1,K}, \tag{5}$$

$$c(x(y)) \le T_{\max} , \tag{6}$$

де вектор $x(y)=(x_1, x_2, ..., x_r)$ визначається за формулою (3).

Дана задача належить до задач теорії розкладів – розділу дискретної математики, що займається проблемами впорядкування. Є різні варіанти задач теорії розкладів: частина з них є NP-повними, частина належить до класу поліноміальних задач, а для деяких задач так і не вдалося довести їх відповідність певному класу складності. Існує гіпотеза, що задача, що допускає переривання, не складніша, ніж задача без переривань. Вона стосується більшості задач, крім однієї, де для варіанта без переривання доведена його приналежність до класу поліноміальних задач, у той час як для аналогічної задачі з перериваннями не існує доказів приналежності до якого-небудь класу складності.

Із дисципліни виконання робіт на машинах можна виділити чотири основних класи завдань:

1) Open shop, відкрита лінія – для кожної вимоги задана своя підмножина машин, на кожній з яких вони мають обслуговуватися деякий час. Порядок обслуговування на цих машинах довільний. Задаються різноманітні цільові функції;

2) Job shop, робочий цех – для кожної вимоги задана своя впорядкована підмножина машин (маршрут), на яких вони мають обслуговуватися в заданому порядку. Задаються різноманітні цільові функції;

3) Flow shop, потокова лінія – всі машини впорядковані $M_1, M_2, ..., M_m$, і кожна вимога проходить всі машини в цьому порядку. Розклад задано перестановкою вимог. Як правило, мінімізується загальний час обслуговування вимог;

4) завдання з директивними термінами – для кожної вимоги заданий момент надходження, час обслуговування і директивний термін закінчення обслуговування. Порядок обслуговування на приладах довільний. Необхідно знайти розклад із дотриманням директивних термінів. При існуванні такого розкладу можна ставити завдання мінімізації числа переривань.

Остання задача називається одностадійною, три перші – багатостадійними, оскільки для кожної вимоги задано декілька стадій або операцій обслуговування на різних приладах. Можливі різноманітні комбінації обмежень і дисциплін обслуговування, але поліноміальні за часом виконання алгоритми відомі тільки для найпростіших завдань із цих класів.

Задача, яка розглядається, поєднує в собі задачі двох класів: Job shop (робочий цех) та Flow shop (потокова лінія). Задача належить до класу задач комбінаторної оптимізації, і для її розв'язання застосовано два підходи: повний перебір можливих варіантів і генетичний алгоритм.

Алгоритм розрахунку тривалості виготовлення коліс для довільного допустимого плану. Нехай $x^{(s)}=(x_1^{(s)}, x_2^{(s)}, ..., x_r^{(s)})$ – можливий впорядкований план реалізації плану виробництва продукції. Позначимо через V матрицю, елемент V_{ij} якої відображає час, через який буде закінчено виробництво на *i*-му етапі для кожного типу $x_j^{(s)}$ коліс, який зазначено у плані. Алгоритм визначення елементів цієї матриці такий.

Заповнюємо перший елемент матриці V_{ij}, який дорівнює часу, що витрачається на першому етапі виробництва для першого елемента плану:

$$V(1,1)=T(x_1^{(s)},1) .$$

Заповнюємо перший рядок матриці V_{ij}, крім першого елемента:

$$V(1, j) = T(x_1^{(s)}, j),\ j = \overline{2, M}.$$

Заповнюємо перший стовпчик матриці V_{ij}, крім першого елемента:

$$V(i,1) = V(i-1,1) + T(x_i^{(s)},1),\ i = \overline{2, r}.$$

Заповнюємо всі інші елементи матриці V_{ij}, обчислюючи їх як максимум між лівим та верхнім елементом плюс час, який витрачається на j-му етапі виробництва для i-го типу коліс. При цьому, якщо попередня за планом марка коліс не передбачає обробку на цьому етапі виробництва, то рухаємося вгору $(i := i-1)$, доки не знайдемо ту марку i^* з плану, яка задіяна на цьому ж j-му етапі виробництва (тобто для якої відповідний елемент матриці T не дорівнює 0). Якщо такий елемент існує, то для порівняння у формулі розрахунку чергового елемента матриці V беремо не лівий і верхній елементи, а лівий і $V(i^*,j)$. Якщо останній не знайдений, то беремо лише лівій елемент. Запишемо цей етап заповнення матриці V алгоритмічною мовою:

$tmp = i - 1$,

доки ($tmp > 1$ та $T(x_{tmp}^{(s)}, j) = 0$) виконуй $tmp = tmp - 1$

якщо $T(x_i^{(s)}, j) = 0$, то

$$V(i, j) = V(i, j-1),$$

інакше

якщо ($tmp = 1$ та $T(x_{tmp}^{(s)}, j) = 0$), то

$$V(i, j) = V(i, j-1) + T(x_i^{(s)}, j),$$

інакше

$$V(i, j) = \max\{V(i, j-1); V(tmp, j)\} + T(x_i^{(s)}, j).$$

Знаходимо максимум серед усіх елементів останнього стовпця матриці V, – це і є час, який витрачається на виконання плану $x^{(s)} = \left(x_1^{(s)}, x_2^{(s)}, ..., x_r^{(s)}\right)$:

$$c(x^{(s)}) = \max_{i=1,r} V_{iM},\ s = \overline{1, \left|X^r\right|}. \qquad (7)$$

Алгоритм розв'язання задачі максимізації прибутку з урахуванням обмежень на час виконання плану. Далі наведемо алгоритм пошуку кількості r коліс, яку можна виробити за відведений час $T_{\max}$ так, щоб сумарний прибуток був максимальним. Введемо нові позначення:

$u(n) = \sum_{m=1}^{M} t_{nm}$, $n = \overline{1, N}$ – сумарний час виробництва для кожного типу коліс;

tmp – кількість коліс, на яку можна зменшувати заплановану кількість r виробництва;

$z = (z_{ij}), i = \overline{1, w},\ j = \overline{1, tmp}$ – матриця з усіх *можливих* комбінацій з r типів коліс по tmp, які можна видалити з плану;

$q = (q_{ij}), i = \overline{1, w},\ j = \overline{1, r - tmp}$ – матриця, що містить усі варіанти можливих планів;

$h = (q_{ij}), i = \overline{1, v},\ j = \overline{1, tmp^*}$ – матриця з усіх v можливих комбінацій tmp^* марок коліс, які можна видалити з плану;

$\hat{r} = r - tmp^*$ – максимальна кількість коліс, що може бути виготовлена за обмежений час;

$C(\hat{r})$ – мінімальний час виготовлення $\hat{r}$ коліс за поточним планом.

Алгоритм.

Ініціалізація: $C = c^*$,

$tmp = 0$;

доки $(C(r) - T_{\max}) > 0$, виконуй

{ $tmp = tmp + \min_n \{(C(r) - T_{\max}) \bmod u(n)\} + 1$.

Генеруємо матрицю $z(w, tmp)$.

Генеруємо матрицю $q(w, r - tmp)$.

Запускаємо алгоритм пошуку мінімального часу виробництва
за формулою (7).}

Знаходимо ті вектори масиву $\hat{z}_m = (z_{m1},..., z_{m,tmp})$, для яких час виробництва $C(r-tmp)$ у відповідному рядку матриці q мінімальний.

Формуємо масив $h(v, tmp^*)$, елементи якого дорівнюють типам коліс з $\hat{z}_m$, яким відповідають ненульові елементи вектора P і найменші значення прибутку у векторі A. При цьому кількість таких елементів має бути узгоджена із планом виробництва.

Серед усіх векторів $y = (y_1, y_2,..., y_{r-tmp^*}) = (q_{v1}, q_{v2},..., q_{v,r-tmp^*})$ нової матриці q знаходимо той, для якого прибуток $B(y) = \sum_{i=1}^{r-tmp^*} a(y_i)$ максимальний (якщо таких декілька, то виводимо перший).

Алгоритм описаний.

Результатом роботи наведеного алгоритму є: час виробництва; максимальне значення прибутку; марки коліс, які не будуть вироблятися за планом, їхня кількість; новий упорядкований план виробництва, що містить номери марок у послідовності, в якій має бути виконаний план.

Систематизація вхідних даних. Аналіз результатів. Роботу наведених алгоритмів продемонструємо на прикладі розв'язання задачі, в якій $N = 3$; $K = 38$, $M = 9$. Для кожної з марок коліс відома інформація про прибуток, який отримує підприємство від реалізації одиниці продукції, та один із трьох типів («d = 957», «чорн. колеса», «м/о експорт»), до якого вона належить (рис. 1).

Схема, на якій відображаються етапи, через які послідовно проходять усі типи коліс під час виробництва, представлена на рис. 2.

Тип колес	Марка колес	Прибуток, од
d = 957	ГОСТ 2011 957	18,30
	ГОСТ 2011 957/190	19,00
	ГОСТ 2011 957/175	18,70
	ГОСТ 2011, тв S-обр957	18,42
	ТУ 957/190	18,92
	ТУ 795/1015	18,87
	центра 905	18,56
	центра 1073	18,93
	центра1070	18,76
	БЗК 980	18,34
черн.колеса	Тв S957 Казах-Китай	7,30
	Тв S968x170	7,20
	Тв968x170	7,05
	Ст2968x170	6,84
	(метро)795/1015	6,97
	929 (060)	7,03
	920 (ч.090)	7,08
	920 (ч.017)	7,11
	920 (ч.016)	6,91

Тип колес	Марка колес	Прибуток, од
	920 (ч.088, 012)	6,89
	920 (083)	7,03
	920 (032-12)	7,09
	920\924 (045)	6,87
	920 (2Fwg...)	6,92
м/о экспорт	860/920/940 (056, 037)	11,01
	1015, 1000, 960, 920,	10,97
	1250 (090-09)	11,20
	844	11,40
	860 Индия (003)	11,33
	860 Тайв., Мал. (097)	11,12
	1092 Индия	11,32
	918 Индия (086)	11,23
	1080 Китай	11,17
	850 Китай	11,24
	865 Корея	11,33
	1022 Бангладеш	11,41
	914 ЮАР	11,28
	890 Марокко	11,50

Рис. 1. Тип, марка коліс та прибуток за одиницю товару

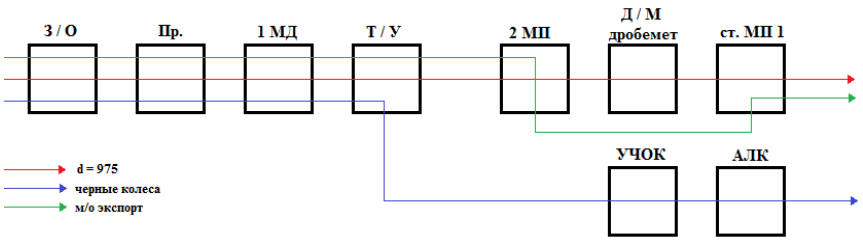


Рис. 2. Етапи, через які проходять усі типи коліс під час виробництва

Матриця $T = (t_{nm})$, $n = \overline{1,3}$, $m = \overline{1,9}$ часу, який витрачається при виготовленні кожного типу коліс на кожному етапі виробництва, представлена в табл. 1.

Примітка: існують й інші типи коліс, а також марки коліс, які не належать до жодного з типів, але час, що витрачається на виготовлення й етапи, через які проходять ці колеса упродовж виробництва, збігаються з часом і етапами, що відповідають одному з трьох вище зазначених типів.

Таблиця 1

Час виготовлення коліс на кожному етапі виробництва

	З/О	Пр.	1Мд	Т/У	2МП	дроб.	ст. МП1	Учок	АЛК
d = 957	3	4	2	1	12	16	8	0	0
черн.колеса	4	3	1	2	0	0	0	4	2
м/о экспорт	4	4	1	2	7	0	9	0	0

На прикладі однієї плавки розглянемо час простою та правильність роботи алгоритму підрахунку часу виконання планового завдання. Порядок, за яким виготовлялися колеса: $x = (x_1, x_2, ..., x_r) = (2323132)$. На рис. 3 представлена часова сітка, на якій відображається час, через який починається і закінчується кожний етап виробництва для кожного елемента плану. По осі x відкладений час, що вимірюється в годинах, по осі y – тип марки, що виготовляється. Із рисунка видно, що тривалість виробництва продукції за заданим планом становить 72 години.

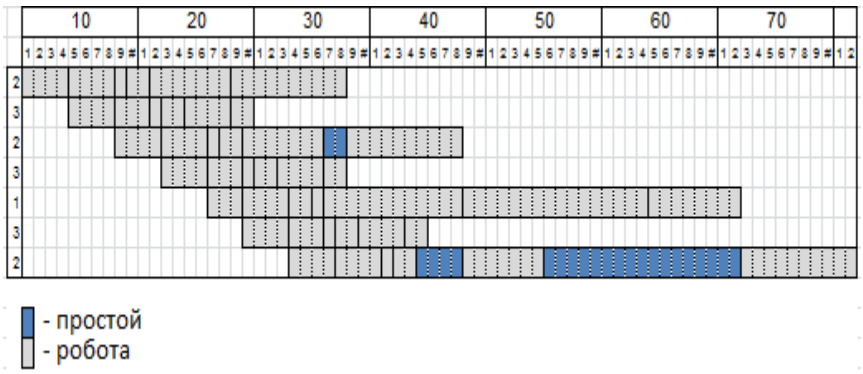
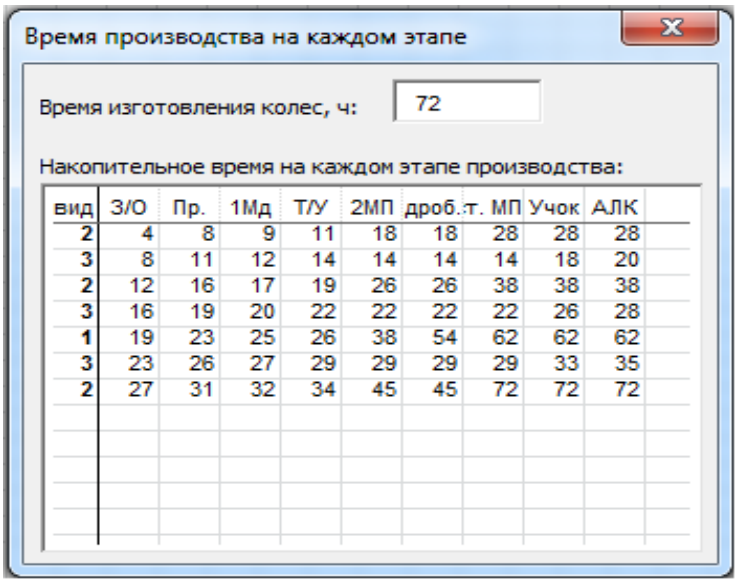


Рис. 3. Тривалість виконання плану на часовій прямій

На рис. 4 представлені результати розрахунку тривалості виконання заданого плану за допомогою запропонованого алгоритму.



вид	З/О	Пр.	1Мд	Т/У	2МП	дроб.	т. МП	Учок	АЛК
2	4	8	9	11	18	18	28	28	28
3	8	11	12	14	14	14	14	18	20
2	12	16	17	19	26	26	38	38	38
3	16	19	20	22	22	22	22	26	28
1	19	23	25	26	38	54	62	62	62
3	23	26	27	29	29	29	29	33	35
2	27	31	32	34	45	45	72	72	72

Рис. 4. Час виконання плану, розрахований за допомогою розробленого алгоритму

Отримані результати збігаються, тож можна зробити висновок про коректність роботи запропонованого алгоритму розрахунку часу виконання плану в заданій послідовності.

Приклад. Візьмемо за вихідні дані план, за яким працювало підприєм-ство протягом трьох місяців. Наведемо порядок, у якому виготовлялися колеса за типом:

(3322222323233332323323333111111111111111332222232323333232332333311111111111111133222223232333323233233331111111111111111332222232323333232332333311111111111111133222223232333323233233331111111111111111332222232323333232332333311111111111111133222223232333323233233331111111111111111332222232323333232332333311111111111111133222223232333323233233331111111111111111)

Час, який було витрачено на виготовлення усіх коліс, становив 2122 години. Зауважимо, що простежується залежність у порядку, який використовують для виготовлення плану (33222223232333323233233333111111 111111111).

Результати розрахунку оптимального часу виконання цього плану, а також послідовність, відповідно до якої продукція певного типу має вироблятися, отримані під час програмної реалізації розробленого алгоритму, наведені на рис. 5.

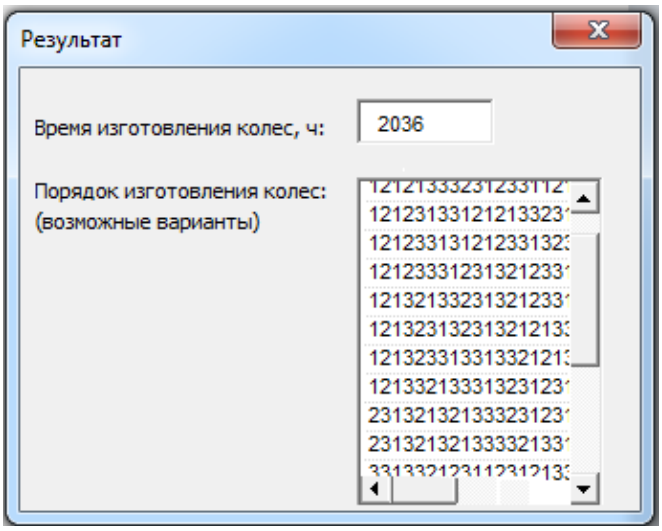


Рис. 5. Розрахунок порядку виготовлення коліс

Отже, мінімальний час виробництва продукції за заданим планом може скоротитися до 2036 годин за рахунок зміни порядку проходження продукції за типами марок.

Результати цього і багатьох інших прикладів демонструють економію приблизно в 4–7% порівняно з часом, який витрачається на виконання плану виготовлення коліс на підприємстві із використанням лише людського досвіду. Результати обчислювальних експериментів свідчать про адекватність побудованої моделі, про доцільність застосування запропонованого в роботі підходу щодо прийняття рішення про раціональну загрузку устаткування під час виробництва залізничних коліс.

У табл. 2 наведений порівняльний аналіз роботи генетичного алгоритму та алгоритму повного перебору. Аналіз здійснений за такими параметрами: обсяг продукції, що виробляється; час роботи програмного продукту; знайдена мінімальна тривалість виробництва продукції за планом. При цьому для генетичного алгоритму розглядаються варіанти, різні за кількістю епох та розміром популяції.

Таблиця 2

Порівняльний аналіз алгоритму лексикографічного перебору і генетичного алгоритму

№ з/п	Алгоритм	Обсяг продукції	Кількість епох / - популяцій	Час роботи програмного продукту	Час, який буде витрачено на виконання плану, год.
1	ГА	4 од.	100 / 2000	0:00:01	65
	ГА		250 / 6000	0:00:04	65
	Повного перебору		-	0:00:01	65
2	ГА	15 од.	100 / 2000	0:00:11	139
	ГА		250 / 6000	0:01:12	139
	Повного перебору		-	0:04:13	138

Заінчення табл. 2

3	ГА	35 од.	100 / 2000	0:01:03	249

	ГА		250 / 6000	0:09:24	248
	Повного перебору		-	0:29:52	247
4	ГА	250 од.	100 / 2000	0:18:03	2130
	ГА		250 / 6000	1:04:31	2125
	Повного перебору		-	2:48:07	2124

Отже, якщо необхідно швидко прийняти рішення про порядок виготовлення марок коліс, то можна використовувати генетичний алгоритм, але слід пам'ятати, що даний метод не завжди знаходить глобальний мінімум. Генетичний алгоритм дає ефективний результат щодо малих обсягів продукції, яка виготовляється, та при збільшенні кількості епох та популяції, але останнє призводить до зростання часу роботи програмного продукту.

Якщо ж немає обмежень у часі, за який можна знайти оптимальний розв'язок задачі раціональної загрузки устаткування при виконанні плану виробництва, то слід використовувати алгоритм повного лексикографічного перебору усіх можливих варіантів. Даний алгоритм гарантовано знайде найкраще рішення.

Висновки. У роботі розглянутий технологічний процес виробництва різних марок залізничних коліс, здійснена систематизація даних про марки та відповідні їм типи коліс, етапи виробництва кожного типу коліс; прибуток, що отримує підприємство від реалізації одиниці кожної марки коліс. Побудована математична модель процесу оптимальної загрузки обладнання при виробництві різних марок коліс із метою мінімізації часу простою обладнання. Розроблено програмне забезпечення у вигляді системи підтримки прийняття рішень про оптимальну загрузку обладнання при виробництві різних марок коліс за заданим планом у відведений час. У разі, коли цей мінімальний час виробництва запланованого обсягу продукції перевищує час, відведений директивно, система спроможна знайти такий план виробництва, який забезпечував би максимальний прибуток від реалізації випущеної продукції за умов обмеженого часу виробництва. Використання даного програмного продукту гарантує зменшення часу простою устаткування під час виробництва, що сприяє економії енергетичних і матеріальних витрат на виробництво залізничних коліс.

Бібліографічні посилання

1. **Минаев А.А.** Концептуальные пути решения основных проблем металлургического комплекса Украины / А.А. Минаев, В.В. Кисиль // Науч. тр. Донец. нац. техн. ун-та. – Серия «Металлургия». – 2011. – Вып. 13.

2. **Коряшкіна Л.С.** Системний аналіз та оптимізація витрат оборотного лому при виробництві сталі: зб. наук. пр. / Л.С. Коряшкіна, О.О. Сазонова // Питання прикладної математики і математичного моделювання. – Д., 2012. – С. 188 – 197.

Надійшла до редколегії 25.06.2013 р.
УДК